# 第 18 講　基本漸化式 ― Part Ⅱ ―

18　次の漸化式で定義される数列の一般項を求めよ.

(6)　$a_{n+1}=3a_n+2^n$,　$a_1=1$

(7)　$a_{n+1}=4a_n+4^n$,　$a_1=2$

(8)　$a_{n+2}-2a_{n+1}-8a_n=0$,　$a_1=0$,　$a_2=1$

(9)　$a_{n+2}-4a_{n+1}+4a_n=0$,　$a_1=0$,　$a_2=1$



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞


ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第 18 講　基本漸化式 ― Part Ⅱ ―

18 次の漸化式で定義される数列の一般項を求めよ．

(6) $a_{n+1}=-2a_n+3^n$,　$a_1=1$

(7) $a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2}+\dfrac{1}{2^n}$,　$a_1=2$

(8) $a_{n+2}-a_{n+1}-2a_n=0$,　$a_1=0$,　$a_2=1$

(9) $a_{n+2}-6a_{n+1}+9a_n=0$,　$a_1=0$,　$a_2=1$

**【選択肢】**

(6) ㋐ $a_n=\dfrac{3^{n-1}+(-2)^{n-1}}{2}$　㋑ $a_n=\dfrac{3^n-(-2)^n}{5}$　㋒ $a_n=3^n+(-2)^n$

(7) ㋐ $a_n=\dfrac{n+1}{2^{n-1}}$　㋑ $a_n=\dfrac{3n-1}{2^{n-1}}$　㋒ $a_n=\dfrac{n+3}{2^n}$

(8) ㋐ $a_n=\dfrac{2^n+(-1)^n}{3}$　㋑ $a_n=\dfrac{2^n-(-1)^n}{3}$　㋒ $a_n=\dfrac{2^{n-1}+(-1)^n}{3}$

(9) ㋐ $a_n=n3^{n-1}$　㋑ $a_n=(n-1)^2 3^{n-1}$　㋒ $a_n=(n-1)3^{n-2}$



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第 18 講　基本漸化式 ― Part Ⅱ ―

18　次の漸化式で定義される数列の一般項を求めよ．

(6)　$a_{n+1}=3a_n+2^n$,　$a_1=1$

(7)　$a_{n+1}=4a_n+4^n$,　$a_1=2$

(8)　$a_{n+2}-2a_{n+1}-8a_n=0$,　$a_1=0$,　$a_2=1$

(9)　$a_{n+2}-4a_{n+1}+4a_n=0$,　$a_1=0$,　$a_2=1$

**【答】** (6) $a_n=3^n-2^n$　(7) $a_n=(n+1)4^{n-1}$　(8) $a_n=\dfrac{4^{n-1}-(-2)^{n-1}}{6}$

(9) $a_n=(n-1)2^{n-2}$

**【解答】**

(6)　両辺を $2^{n+1}$ で割ると　$\dfrac{a_{n+1}}{2^{n+1}}=\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{a_n}{2^n}+\dfrac{1}{2}$　となるが，ここで $b_n=\dfrac{a_n}{2^n}$ とおくと，

この式は

$$b_{n+1}=\frac{3}{2}b_n+\frac{1}{2}$$

$$b_{n+1}+1=\frac{3}{2}(b_n+1)$$

と変形できるので，$b_n+1=(b_1+1)\cdot\left(\dfrac{3}{2}\right)^{n-1}$

ここで $b_1=\dfrac{a_1}{2^1}=\dfrac{1}{2}$ より

$$b_n=\left(\frac{3}{2}\right)^n-1$$

を得る．よって，$\dfrac{a_n}{2^n}=\left(\dfrac{3}{2}\right)^n-1$ より

$$\boldsymbol{a_n=3^n-2^n}$$

(7)　両辺を $4^{n+1}$ で割ると　$\dfrac{a_{n+1}}{4^{n+1}}=\dfrac{a_n}{4^n}+\dfrac{1}{4}$　となるが，ここで $b_n=\dfrac{a_n}{4^n}$ とおくと，

この式は

$$b_{n+1}=b_n+\frac{1}{4}$$

となるので，$b_1=\dfrac{a_1}{4^1}=\dfrac{1}{2}$ より

$$b_n=b_1+(n-1)\cdot\frac{1}{4}=\frac{n+1}{4}$$

を得る．よって，$\dfrac{a_n}{4^n}=\dfrac{n+1}{4}$ より

$$\boldsymbol{a_n=(n+1)4^{n-1}}$$

ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(8)　与式は　$a_{n+2}+2a_{n+1}=4(a_{n+1}+2a_n)$　と変形できるので

$$a_{n+1}+2a_n=(a_2+2a_1)\cdot 4^{n-1}=4^{n-1}\quad\cdots\cdots①$$

また与式は　$a_{n+2}-4a_{n+1}=-2(a_{n+1}-4a_n)$　と変形できるので

$$a_{n+1}-4a_n=(a_2-4a_1)\cdot(-2)^{n-1}=(-2)^{n-1}\quad\cdots\cdots②$$

①－②より　$6a_n=4^{n-1}-(-2)^{n-1}$

$$\therefore\quad \boldsymbol{a_n=\frac{4^{n-1}-(-2)^{n-1}}{6}}$$

(9)　与式は　$a_{n+2}-2a_{n+1}=2(a_{n+1}-2a_n)$　と変形できるので

$$a_{n+1}-2a_n=(a_2-2a_1)\cdot 2^{n-1}=2^{n-1}$$

この両辺を $2^{n+1}$ で割り，$\dfrac{a_n}{2^n}=b_n$ とおくと，この式は

$$b_{n+1}-b_n=\frac{1}{4}$$

となるので，$b_n=b_1+\dfrac{1}{4}(n-1)$ より　$\dfrac{a_n}{2^n}=\dfrac{n-1}{4}$

$$\therefore\quad \boldsymbol{a_n=(n-1)2^{n-2}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第 18 講　基本漸化式 ― Part Ⅱ ―

18　次の漸化式で定義される数列の一般項を求めよ.

(6)　$a_{n+1}=-2a_n+3^n$,　$a_1=1$

(7)　$a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2}+\dfrac{1}{2^n}$,　$a_1=2$

(8)　$a_{n+2}-a_{n+1}-2a_n=0$,　$a_1=0$,　$a_2=1$

(9)　$a_{n+2}-6a_{n+1}+9a_n=0$,　$a_1=0$,　$a_2=1$

**【選択肢】**

(6)　㋐　$a_n=\dfrac{3^{n-1}+(-2)^{n-1}}{2}$　㋑　$a_n=\dfrac{3^n-(-2)^n}{5}$　㋒　$a_n=3^n+(-2)^n$

(7)　㋐　$a_n=\dfrac{n+1}{2^{n-1}}$　㋑　$a_n=\dfrac{3n-1}{2^{n-1}}$　㋒　$a_n=\dfrac{n+3}{2^n}$

(8)　㋐　$a_n=\dfrac{2^n+(-1)^n}{3}$　㋑　$a_n=\dfrac{2^n-(-1)^n}{3}$　㋒　$a_n=\dfrac{2^{n-1}+(-1)^n}{3}$

(9)　㋐　$a_n=n3^{n-1}$　㋑　$a_n=(n-1)^2 3^{n-1}$　㋒　$a_n=(n-1)3^{n-2}$

**【答】**　(6) ㋑　(7) ㋐　(8) ㋒　(9) ㋒

**【解答】**

(6)　両辺を $3^{n+1}$ で割ると $\dfrac{a_{n+1}}{3^{n+1}}=-\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{a_n}{3^n}+\dfrac{1}{3}$ となるが，ここで $b_n=\dfrac{a_n}{3^n}$ とおくと，

この式は

$$b_{n+1}=-\frac{2}{3}b_n+\frac{1}{3}$$

$$b_{n+1}-\frac{1}{5}=-\frac{2}{3}\left(b_n-\frac{1}{5}\right)$$

と変形できるので，$b_n-\dfrac{1}{5}=\left(b_1-\dfrac{1}{5}\right)\cdot\left(-\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}$

ここで $b_1=\dfrac{a_1}{3^1}=\dfrac{1}{3}$ より

$$b_n=\frac{1}{5}\left\{1-\left(-\frac{2}{3}\right)^n\right\}$$

を得る．よって，$\dfrac{a_n}{3^n}=\dfrac{1}{5}\left\{1-\left(-\dfrac{2}{3}\right)^n\right\}$ より

$$\boldsymbol{a_n=\frac{3^n-(-2)^n}{5}}$$

(7)　両辺を $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$ で割る，すなわち両辺に $2^{n+1}$ を掛けると $2^{n+1}a_{n+1}=2^n a_n+2$ となるが，

ここで $b_n=2^n a_n$ とおくと，この式は

$$b_{n+1}=b_n+2$$

となるので，$b_1=2a_1=4$ より

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$$b_n=b_1+(n-1)\cdot 2=2(n+1)$$

を得る．よって，$2^n a_n=2(n+1)$ より

$$\boldsymbol{a_n=\frac{n+1}{2^{n-1}}}$$

(8)　与式は　$a_{n+2}+a_{n+1}=2(a_{n+1}+a_n)$　と変形できるので

$$a_{n+1}+a_n=(a_2+a_1)\cdot 2^{n-1}=2^{n-1}\quad\cdots\cdots①$$

また与式は　$a_{n+2}-2a_{n+1}=-(a_{n+1}-2a_n)$　と変形できるので

$$a_{n+1}-2a_n=(a_2-2a_1)\cdot(-1)^{n-1}=(-1)^{n-1}\quad\cdots\cdots②$$

①－②より　$3a_n=2^{n-1}-(-1)^{n-1}$

$$\therefore\quad \boldsymbol{a_n=\frac{2^{n-1}+(-1)^n}{3}}$$

(9)　与式は　$a_{n+2}-3a_{n+1}=3(a_{n+1}-3a_n)$　と変形できるので

$$a_{n+1}-3a_n=(a_2-3a_1)\cdot 3^{n-1}=3^{n-1}$$

この両辺を $3^{n+1}$ で割り，$\dfrac{a_n}{3^n}=b_n$ とおくと，この式は

$$b_{n+1}-b_n=\frac{1}{9}$$

となるので，$b_n=b_1+\dfrac{1}{9}(n-1)$ より　$\dfrac{a_n}{3^n}=\dfrac{n-1}{9}$

$$\therefore\quad \boldsymbol{a_n=(n-1)3^{n-2}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。